

MODUL

REGRESI LINIER SEDERHANA

Disusun oleh :
I MADE YULIARA



Jurusan Fisika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Udayana
Tahun 2016

Kata Pengantar

Puji syukur saya ucapkan ke hadapan Tuhan Yang Maha Kuasa karena berkat rahmatNya modul ini terselesaikan. Modul Regresi Linier Sederhana ini merupakan bagian dari materi mata kuliah Statistika, FI29317 (3SKS) yang disusun untuk digunakan sebagai pedoman bagi mahasiswa FMIPA Fisika Unud yang mengambil mata kuliah Statistika pada semester genap tahun 2016.

Terimakasih kami ucapkan kepada rekan-rekan dosen Jurusan Fisika yang telah memberikan ide dan meluangkan banyak waktu dalam mendiskusikan modul ini. Modul ini tidaklah sempurna, maka dari itu, untuk memperbaiki modul ini semua bentuk kritik maupun saran yang konstruktif sangat kami harapkan.

Akhirnya kami ucapkan terimakasih semoga dapat menambah cakrawala ilmu pengetahuan dan bermanfaat bagi pembaca.

Maret 2016

Penyusun,

I Made Yuliara

DAFTAR ISI

MODUL : Regresi Linier Sederhana	Hal
Kata Pengantar	i
Daftar Isi	ii
1. Pendahuluan.....	1
2. Kegiatan Belajar 1 : Persamaan Regresi Linier Sederhana, Koefisien Korelasi, Koefisien Determinasi.....	2
3. Kegiatan Belajar 2 : Uji Signifikansi dan Hipotesis, Uji-t.....	6
4. Penutup.....	9
5. Daftar Pustaka.....	10

I. PENDAHULUAN

Penggunaan statistika dalam mengolah data penelitian berpengaruh terhadap tingkat analisis hasil penelitian. Penelitian-penelitian dalam bidang ilmu pengetahuan alam (IPA) yang menggunakan perhitungan-perhitungan statistika, akan menghasilkan data yang mendekati benar jika memperhatikan tata cara analisis data yang digunakan. Dalam memprediksi dan mengukur nilai dari pengaruh satu variabel (*bebas/independent/predictor*) terhadap variabel lain (*tak bebas/dependent/response*) dapat digunakan uji regresi.

Analisis/uji regresi merupakan suatu kajian dari hubungan antara satu variabel, yaitu variabel yang diterangkan (*the explained variabel*) dengan satu atau lebih variabel, yaitu variabel yang menerangkan (*the explanatory*). Apabila variabel bebasnya hanya satu, maka analisis regresinya disebut dengan regresi sederhana. Apabila variabel bebasnya lebih dari satu, maka analisis regresinya dikenal dengan regresi linear berganda. Dikatakan berganda karena terdapat beberapa variabel bebas yang mempengaruhi variabel tak bebas.

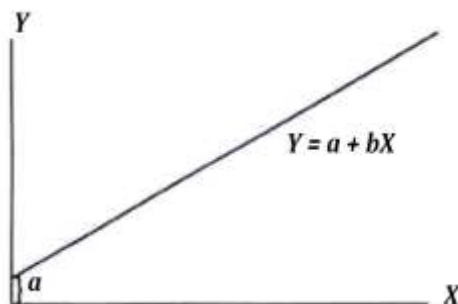
Analisis/uji regresi banyak digunakan dalam perhitungan hasil akhir untuk penulisan karya ilmiah/penelitian. Hasil perhitungan analisis/uji regresi akan dimuat dalam kesimpulan penelitian dan akan menentukan apakah penelitian yang sedang dilakukan berhasil atau tidak. Analisis perhitungan pada uji regresi menyangkut beberapa perhitungan statistika seperti uji signifikansi (uji-t, uji-F), anova dan penentuan hipotesis. Hasil dari analisis/ uji regresi berupa suatu persamaan regresi. Persamaan regresi ini merupakan suatu fungsi prediksi variabel yang mempengaruhi variabel lain.

Dalam modul ini dibahas regresi linier sederhana dan pengujian signifikansi hipotesis menggunakan uji-t.

II. KEGIATAN BELAJAR 1

Persamaan Regresi Linier Sederhana

Persamaan regresi linier sederhana merupakan suatu model persamaan yang menggambarkan hubungan satu variabel bebas/ *predictor* (X) dengan satu variabel tak bebas/ *response* (Y), yang biasanya digambarkan dengan garis lurus, seperti disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi Garis Regresi Linier

Persamaan regresi linier sederhana secara matematik diekspresikan oleh :

$$\hat{Y} = a + bX$$

yang mana :

\hat{Y} = garis regresi/ variable *response*

a = konstanta (intersep), perpotongan dengan sumbu vertikal

b = konstanta regresi (*slope*)

X = variabel bebas/ *predictor*

Besarnya konstanta a dan b dapat ditentukan menggunakan persamaan :

$$a = \frac{(\sum Y_i)(\sum X_i^2) - (\sum X_i)(\sum X_i Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$b = \frac{n (\sum X_i Y_i) - (\sum X_i) (\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

yang mana n = jumlah data

Langkah-langkah Analisis dan Uji Regresi Linier Sederhana

Adapun langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk melakukan analisis dan uji regresi linier sederhana adalah sebagai berikut :

1. Menentukan tujuan dari Analisis Regresi Linear Sederhana
2. Mengidentifikasi variabel *predictor* dan variabel *response*
3. Melakukan pengumpulan data dalam bentuk tabel
4. Menghitung X^2 , XY dan total dari masing-masingnya
5. Menghitung a dan b menggunakan rumus yang telah ditentukan
6. Membuat model Persamaan Garis Regresi
7. Melakukan prediksi terhadap variabel *predictor* atau *response*
8. Uji signifikansi menggunakan Uji-t dan menentukan Taraf Signifikan

Untuk memberikan pemahaman yang lebih jelas mengenai regresi linier sederhana, dalam kegiatan belajar ini diberikan suatu contoh kasus, yaitu :

Suatu data penelitian tentang berat badan 10 mahasiswa yang diprediksi dipengaruhi oleh konsumsi jumlah kalori/hari. Bagaimana menganalisis kasus ini ?

Untuk menganalisis kasus ini, hal-hal dilakukan adalah :

1. Tujuan : apakah konsumsi jumlah kalori/hari mempengaruhi berat badan mahasiswa.
2. Variabel : X (variable bebas/*predictor*) = jumlah kalori/hari
Y (variable tak bebas/*response*) = berat badan

Data :

No.	Nama Mahasiswa	Kalori/ hari (X)	Berat Badan (Y)
1	Dian	530	89
2	Echa	300	48
3	Winda	358	56
4	Kelo	510	72
5	Intan	302	54
6	Putu	300	42
7	Aditya	387	60
8	Anita	527	85
9	Sefia	415	63
10	Rosa	512	74

Tabel bantu yang dibuat untuk memudahkan dalam melakukan perhitungan :

No.	X	X^2	Y	Y^2	XY
1	530	280900	89	7921	47170
2	300	90000	48	2304	14400
3	358	128164	56	3136	20048
4	510	260100	72	5184	36720

5	302	91204	54	2916	16308
6	300	90000	42	1764	12600
7	387	149769	60	3600	23220
8	527	277729	85	7225	44795
9	415	172225	63	3969	26145
10	512	262144	74	5476	37888
Σ	4141	1802235	643	43495	279294

Koefisien regresi b ditentukan dengan menggunakan rumus yang telah diberikan, yaitu :

$$b = \frac{n (\sum X_i Y_i) - (\sum X_i) (\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= \frac{10(279294) - (4141)(643)}{10(1802235) - (4141)^2} = \frac{130227}{874469} \cong 0,14892 \approx 0,149$$

Konstanta a ditentukan menggunakan rumus :

$$a = \frac{(\sum Y_i) (\sum X_i^2) - (\sum X_i) (\sum X_i Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

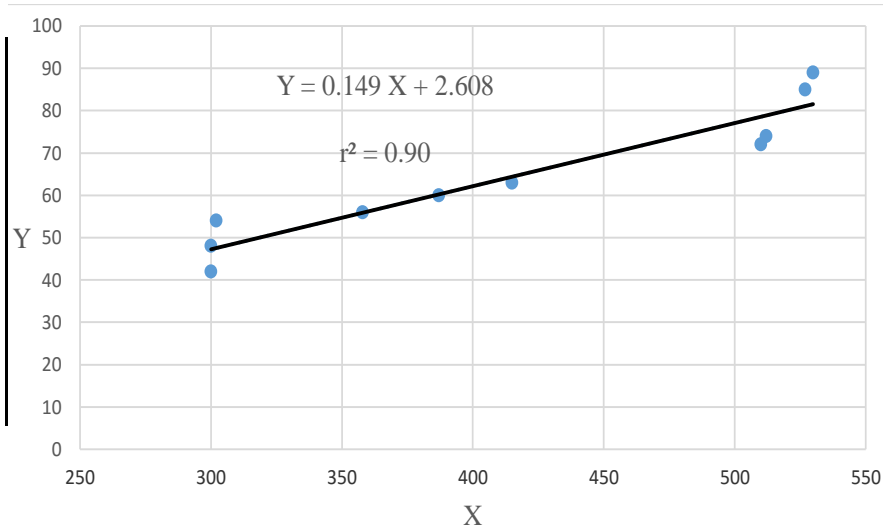
$$= \frac{(643)(1802235) - (4141)(279294)}{10(1802235) - (4141)^2} = \frac{2280651}{874469} \cong 2,608$$

Konstanta a juga dapat dicari dari nilai rata-rata X dan Y, yaitu :

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 64,3 - 0,149(414,1) \cong 2,608$$

Sehingga model persamaan regresi linier sederhananya adalah : $Y = 2,608 + 0,149 X$

Penggambaran data dan garis regresi yang dihasilkan disajikan pada Gambar 2.



Gambar 1. Garis regresi hubungan X dengan Y

Koefisien Korelasi (r)

Untuk mengukur kekuatan hubungan antar variable *predictor* X dan *response* Y, dilakukan analisis korelasi yang hasilnya dinyatakan oleh suatu bilangan yang dikenal dengan koefisien korelasi. Biasanya analisis regresi sering dilakukan bersama-sama dengan analisis korelasi. Persamaan koefisien korelasi (r) diekspresikan oleh :

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}}$$

Dalam hal contoh kasus di atas, maka koefisien korelasinya adalah :

$$\begin{aligned} r &= \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}} \\ &= \frac{10(279294) - (4141)(643)}{\sqrt{\left[10(1802235) - (4141)^2 \right] \left[10(43495) - (643)^2 \right]}} \\ &= \frac{130277}{137120,2318} = 0,95 \end{aligned}$$

Nilai ini memberi arti bahwa, hubungan variable bebas/*predictor* X dengan variabel terikat/*response* Y adalah sangat kuat, prosentasenya 95%. Jadi, berat badan memang sangat dipengaruhi oleh konsumsi jumlah kalori/hari.

Koefisien Determinasi (r^2)

Koefisien determinasi dapat ditentukan dengan mengkuadratkan koefisien korelasi. Dari contoh kasus di atas, maka koefisien determinasinya adalah $r^2 = 0,90$. Nilai ini berarti bahwa, 90% variabel bebas/ *predictor* X dapat menerangkan/ menjelaskan variabel tak bebas/ *response* Y dan 10% dijelaskan oleh variabel lainnya.

III. KEGIATAN BELAJAR 2

Uji Signifikansi dan Hipotesis

Pengujian hipotesis dimaksudkan untuk melihat apakah suatu hipotesis yang diajukan ditolak atau dapat diterima. Hipotesis merupakan asumsi atau pernyataan yang mungkin benar atau salah mengenai suatu populasi. Dengan mengamati seluruh populasi, maka suatu hipotesis akan dapat diketahui apakah suatu penelitian itu benar atau salah. Untuk keperluan praktis, pengambilan sampel secara acak dari populasi akan sangat membantu. Dalam pengujian hipotesis terdapat asumsi/ pernyataan istilah hipotesis nol. Hipotesis nol merupakan hipotesis yang akan diuji, dinyatakan oleh H_0 dan penolakan H_0 dimaknai dengan penerimaan hipotesis lainnya yang dinyatakan oleh H_1 .

Jika telah ditentukan Koefisien Determinasi (r^2), maka selanjutnya dilakukan uji signifikan hipotesis yang diajukan. Uji ini dapat menggunakan Uji-t ; Uji-F ; Uji-z atau Uji Chi Kuadrat. Dengan uji signifikansi ini dapat diketahui apakah variable bebas/ *predictor/ independent* (X) berpengaruh secara signifikan terhadap variable tak bebas/ *response/ dependent* (Y). Arti dari signifikan adalah bahwa pengaruh antar variable berlaku bagi seluruh populasi. Dalam modul ini hanya dibahas uji signifikansi menggunakan uji-t.

Uji-t

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam uji-t pada regresi linier adalah :

1. Menentukan Hipotesis

$H_0 : \beta = 0$; variabel X tidak berpengaruh signifikan/nyata terhadap Y

$H_1 : \beta \neq 0$; variabel X berpengaruh signifikan/nyata terhadap Y

2. Menentukan tingkat signifikansi (α)

Tingkat signifikansi, α yang sering digunakan adalah $\alpha = 5\%$ ($\alpha = 0,05$)

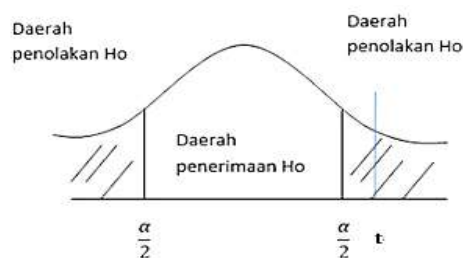
3. Menghitung nilai t hitung menggunakan rumus : $t_{hit} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$

4. Menentukan daerah penolakan H_0 (daerah kritis)

Bentuk pengujian dua arah, sehingga menggunakan uji-t dua arah :

H_0 akan ditolak jika $t_{hit} > t_{tab}$ atau $-(t_{hit}) < -(t_{tab})$, berarti H_1 diterima.

H_0 akan diterima jika $-(t_{hit}) < t_{tab} < t_{hit}$, berarti H_1 ditolak.



5. Menentukan t table (mempergunakan table Uji-t, lihat Lampiran !)

Tabel Uji-t untuk $\alpha = 5\%$ dan derajat kebebasan (df) = $n - k$; (n = jumlah sampel/ pengukuran, k adalah jumlah variabel (variabel bebas + variabel terikat)).

6. Kriteria Pengujian nilai t hitung dan t tabel

Bila nilai $t_{hit} < t_{tab}$, maka H_0 diterima, H_1 ditolak

Bila nilai $t_{hit} > t_{tab}$, maka H_0 ditolak, H_1 diterima

7. Kesimpulan hasil uji signifikansi.

Contoh penerapan Uji-t, kembali digunakan contoh kasus yang telah dibahas sebelumnya.

Dari contoh kasus di atas diketahui Koefisien Determinasi (r^2) = 0,90

Koefisien Korelasi (r) = 0,95

Jumlah data $n = 10$

Hipotesis yang diasumsikan/ diajukan :

$H_0 : \beta = 0$; variabel X tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 : \beta \neq 0$; variable X berpengaruh signifikan terhadap Y

Tingkat signifikansi (α) = 5%

Nilai t hitung, $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,95\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,90}} = 8,497$; Berarti $t_{hit} = 8,497$

Derajat kebebasan, $df = n - k = 10 - 2 = 8$

Dengan menggunakan tabel Uji - t untuk taraf signifikan $\alpha = 5\% = 0,05$ dan $df = 8$, maka diperoleh nilai t pada table, yaitu : $t_{tab} = 2,306$

Membandingkan t_{hit} dengan t_{tab} :

$$t_{hit} > t_{tab} \rightarrow 8,497 > 2,306$$

Kesimpulan : Nilai $t_{hit} > t_{tab}$, sehingga dikatakan bahwa, ada pengaruh nyata (signifikan) variable *predictor* X terhadap variable *response* Y dengan taraf signifikan 5%.

Soal latihan :

1. Dalam suatu praktikum di Laboratorium Biofisika diperoleh pengukuran 2 variabel, yaitu variabel X dan Y seperti disajikan pada tabel di bawah ini.

No.	Variabel X	Variabel Y
1	60	300
2	90	490
3	30	180
4	80	420
5	70	390
6	50	250
7	80	410
8	100	520

Pertanyaan :

- Tentukanlah persamaan regresi dan koefisien determinasinya. Berikan interpretasi.
 - Uji regresi yang dihasilkan dengan Uji-t.
2. Data hasil pengukuran Densitas rata-rata autoradiogram yang merepresentasikan akumulasi fosfor pada ketinggian daun tanaman bayam adalah :

No.	Tinggi Daun (cm)	Densitas rata-rata
1	5,7	2,260
2	8,7	2,172
3	10,8	2,128
4	11,7	2,092
5	12,4	2,070
6	12,8	2,046
7	13,0	2,028
8	13,1	2,010

Pertanyaan :

- Tentukanlah persamaan regresi dan plot data table tersebut pada grafik.
- Tentukanlah Koefisien Determinasi
- Tentukanlah hipotesis yang sesuai dan lakukan uji signifikansi dengan uji-t
- Berikan interpretasi untuk pertanyaan a, b dan c

IV. PENUTUP

Hasil model persamaan regresi dapat dipergunakan sebagai pedoman untuk memprediksi hubungan antar variabel diluar data yang dijadikan sampel dalam suatu populasi. Uji regresi linier sederhana seperti uji signifikan dengan uji-t sangat membantu untuk mengetahui pengaruh secara kualitas dan kuantitas satu variabel bebas terhadap variable tak bebas.

V. DAFTAR PUSTAKA

- M. Nazir, 1983, *Metode Statistika Dasar I*, Gramedia Pustaka Utama:Jakarta
- Sudijono, Anas, 1996, *Pengantar Statistik Pendidikan*, Jakarta:Rajawali
- Spiegel. Murray. R, 2004, *Statistika*. Jakarta:Erlangga
- Supranto. J., 2001, *Statistika Teori dan Aplikasi Edisi Ke-6 Jilid 2*. Jakarta:Erlangga
- Walpole. R.,E., 1995, *Ilmu Peluang Dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuawan*.
Bandung:ITB